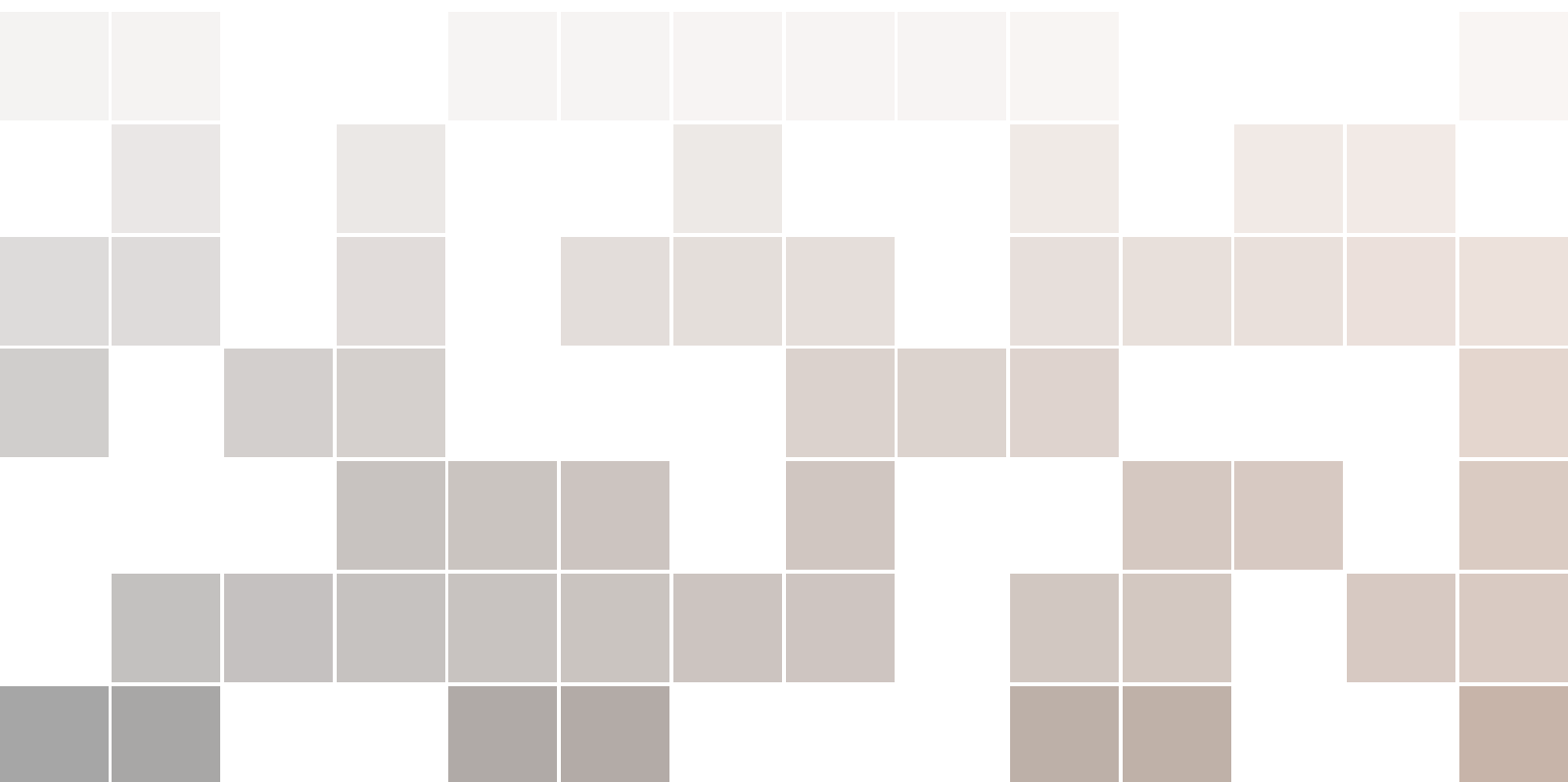


Matemática para Biomedicina

Funções: lista de exercícios

Prof. Luís Rodrigo de O. Gonçalves



Copyright © 2019 Luís Rodrigo de O. Gonçalves

Licenciado sob a licença Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional. Você não pode usar este arquivo, exceto em conformidade com a Licença. Você pode obter uma cópia da Licença em url <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.pt>.



Sumário

I

Part 1 - Conceitos sobre funções

1	Exercícios de Revisão	7
1.1	Funções	7
1.1.1	Noção intuitiva sobre funções	7
1.1.2	Estudo do domínio de uma função	7
1.1.3	Gráfico de uma função no plano cartesiano	8
1.1.4	Função Composta	9
1.1.5	Função Inversa	10
1.2	Função polinomial do 1º Grau	12
1.2.1	Introdução	12
1.2.2	Resolução gráfica de um sistema de equações do 1º grau	13
1.2.3	Zeros da função do 1º grau	14
1.2.4	Estudo do sinal da função do 1º grau	15
1.3	Função polinomial do 2º Grau (função quadrática)	16
1.3.1	Introdução	16
1.3.2	Gráfico da função do segundo grau	16
1.3.3	Exercícios de fixação	18
	Index	19



Part 1 - Conceitos sobre funções

1	Exercícios de Revisão	7
1.1	Funções	
1.2	Função polinomial do 1º Grau	
1.3	Função polinomial do 2º Grau (função quadrática)	
	Index	19

1. Exercícios de Revisão

1.1 Funções

1.1.1 Noção intuitiva sobre funções

1. Se $f(x) = x^2 - 2x + 2$, determine $f(h + 1)$.
2. Dadas as funções definidas por $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ e $g(x) = x^2 - 1$, calcule $f(6) + g(-2)$.
3. São dadas as funções $f(x) = 3x + 1$ e $g(x) = \frac{4}{5}x + a$. Sabendo-se que $f(1) - g(1) = \frac{2}{3}$, calcule o valor de a .
4. Dada a função $f(x) = ax + b$, calcule a e b , sabendo que $f(1) = -1$ e $f(4) = 5$.

1.1.2 Estudo do domínio de uma função

Determine o domínio da função definida por:

1. $f(x) = \frac{x}{x-5}$
2. $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$
3. $f(x) = \sqrt{2x+1}$
4. $f(x) = \frac{1}{x^2-9x+20}$

$$5. f(x) = \frac{x+2}{2x}$$

$$6. f(x) = \frac{x}{2x-1}$$

$$7. f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}$$

1.1.3 Gráfico de uma função no plano cartesiano

1. Construa, em planos cartesianos distintos, o gráfico das funções:

$$(a) f(x) = \frac{x^2}{x}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 2 \\ 2, & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} -3, & \text{se } x \leq 1 \\ 1, & \text{se } -1 < x \leq 2 \\ 4, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

$$(d) f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \geq 1 \\ 2, & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$(e) f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 1 \\ -1, & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$(f) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \geq 0 \\ x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

2. Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, construa o gráfico da função definida por:

$$(a) f(x) = 4x - 1$$

$$(b) f(x) = -2x$$

$$(c) f(x) = x^{-1}$$

$$(d) f(x) = 3x$$

$$(e) f(x) = -x^2 - 2$$

$$(f) f(x) = x^2 + 1$$

1.1.4 Função Composta

1. Sendo $f(x) = 2x^2 - 1$ e $g(x) = x + 3$, determine:

(a) $f(g(x))$

(b) $g(f(x))$

2. Sendo $f(x) = \frac{1}{x}$, (com $x \neq 0$) e $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, (com $x \neq 0$), determine:

(a) $f(g(x))$

(b) $g(f(x))$

3. Sendo $f(x) = x^2 + 2x$ e $g(x) = 1 - 3x$, determine:

(a) $f(f(x))$

(b) $g(g(x))$

4. Sendo $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2 - 1$, determine:

(a) $f(g(0))$

(b) $f(f(-1))$

(c) $g(f(2))$

(d) $g(g(-2))$

5. Sendo $f(x) = x^2 - 4$ e $g(x) = 2x + 1$, determine:

(a) $f(g(x))$

(b) $g(f(x))$

6. Sendo $f(x) = 5x - 2$ e $g(x) = 2 - 3x$, determine:

(a) $f(g(x))$

(b) $g(f(x))$

7. Sendo $f(x) = 3x - 2$ e $g(x) = 2x + 1$, determine:

(a) $f(g(2))$

(b) $g(f(-1))$

8. Sendo $f(x) = 3x - 2$ e $g(x) = 2x + 1$, determine:

(a) $f(g(2))$

(b) $g(f(-1))$

9. Sendo $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = 3x - 1$, determine:

(a) $f(g(x))$

(b) $g(f(x))$

10. Sendo $f(x) = 5x + 1$ e $g(x) = 1 + 4x$, determine:

(a) $f(g(2))$

(b) $g(f(2))$

1.1.5 Função Inversa

1. Determine a inversa das seguintes funções:

(a) $y = x + 2$

(b) $y = \frac{x+5}{2x-3}$

(c) $y = x + 5$

(d) $y = 5x - 3$

(e) $y = \frac{x+2}{4}$

(f) $y = \frac{3x-2}{4x+3}$, se $(x \neq -\frac{3}{4})$

(g) $y = x^3$

(h) $y = \frac{x}{x-4}$, se $(x \neq 4)$

(i) $y = 2 - x$

(j) $y = \frac{1}{x-4}$, se $(x \neq 2)$

(k) $y = \frac{x-1}{2x}$, se $(x \neq 0)$

(l) $y = x^2 - 4$

(m) $y = \frac{2x-1}{x-3}$, se $(x \neq 3)$

2. Dada a função $f(x) = \frac{2x-1}{3x}$, para $(x \neq 0)$. Determine:
- (a) $f^{-1}(1)$
 - (b) $f^{-1}(2)$
 - (c) $f^{-1}(x+1)$
3. Dada a função $f(x) = 3x + 2$. Determine:
- (a) $f^{-1}(f(x))$
 - (b) $f(f^{-1}(1))$
4. Construa em, um mesmo sistema cartesiano, os gráficos da função f e da sua inversa, f^{-1} .
- (a) $f(x) = 2x - 3$
 - (b) $f(x) = x + 3$
 - (c) $f(x) = 3x - 4$
 - (d) $f(x) = 2x - 1$
 - (e) $y = \frac{1}{x}$, se $(x \neq 0)$
 - (f) $f(x) = 2^x$

1.2 Função polinomial do 1º Grau

1.2.1 Introdução

1. Dada a função $f(x) = 2x + 7$, determinar o valor real de x para o qual se tem $f(x) = 10$
2. Sendo $f(x) = 3x - 4$ e $g(x) = 2x + 1$, determinar os valores reais de x para que se tenha $f(x) < g(x)$
3. Dada a função $f(x) = ax + b$, sabendo-se que $f(1) = 4$ e $f(-2) = 10$; utilizando um sistema de equações; escreva a função f e calcule $f(2)$.
4. Construa, em um sistema cartesiano ortogonal, o gráfico das seguintes funções:
 - (a) $f(x) = x + 2$
 - (b) $f(x) = -x + 2$
 - (c) $f(x) = 1 + 2x$
 - (d) $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$
 - (e) $f(x) = -1 + 3x$
 - (f) $f(x) = -1 - 3x$
 - (g) $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x - 1$
 - (h) $f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = -x + 2$
 - (i) $f(x) = -x + 1$ e $g(x) = -1 + x$
5. Construa, em um sistema cartesiano ortogonal, o gráfico das seguintes funções:
 - (a) $f(x) = x + 2$
 - (b) $f(x) = -x + 2$
 - (c) $f(x) = 1 + 2x$
 - (d) $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$
 - (e) $f(x) = -1 + 3x$
 - (f) $f(x) = -1 - 3x$
 - (g) $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x - 1$
 - (h) $f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = -x + 2$
 - (i) $f(x) = -x + 1$ e $g(x) = -1 + x$

6. Construa, em um sistema cartesiano ortogonal, o gráfico das funções definidas por:

$$(a) f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x > 1 \\ x, & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x \geq 2 \\ -1, & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

7. Determine o valor de p de modo que o gráfico da função $f(x) = 3x + p - 2$ intercepte o eixo y no ponto de ordenada¹ 4.

8. Determine m de modo que o gráfico da função $f(x) = -2x + 4m + 5$ intercepte o eixo x no ponto de abscissa² 3.

9. Dentre os pontos $A(-1, 2)$, $B(0, 1)$ e $C(-2, -5)$; determine quais pertencem as funções abaixo:

$$(a) y = 3x + 1$$

$$(b) f(x) = -x + 1$$

$$(c) y = 2x$$

1.2.2 Resolução gráfica de um sistema de equações do 1º grau

1. Resolva, graficamente³, os sistemas de equações (como uma prova, pode-se resolver algebricamente esses sistemas):

$$(a) f(x) = \begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$(d) f(x) = \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$$

¹A ordenada é a segunda coordenada de um sistema cartesiano de coordenadas e que corresponde ao eixo y

²A abscissa é a a coordenada x de um ponto, em um sistema cartesiano de coordenadas

³Para resolver graficamente, um sistema de equações, devemos identificar a intersecção das duas retas

1.2.3 Zeros da função do 1º grau

1. Calcule os zeros⁴ das seguintes funções:

(a) $f(x) = 3x - 1$

(b) $f(x) = x + 3$

(c) $f(x) = -2x + 4$

(d) $f(x) = 3x + 1$

(e) $f(x) = -\frac{x}{2} + 2$

(f) $f(x) = 2x - 6$

(g) $f(x) = 3 - 3x$

(h) $f(x) = 2x - 5$

(i) $f(x) = 2 + \frac{x}{2}$

⁴O zero da função do 1º grau é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo x

2. Determine o ponto (x,y) em que o gráfico das seguintes funções, do 1º grau, corta o eixo x .

(a) $f(x) = 4 - 2x$

(b) $f(x) = 1 + \frac{x}{3}$

(c) $f(x) = -3x + 2$

(d) $f(x) = -x + 4$

(e) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$

(f) $f(x) = -\frac{x}{2} + 1$

1.2.4 Estudo do sinal da função do 1º grau

1. Estude a variação do sinal das seguintes funções do 1º grau.

(a) $f(x) = 4 - 2x$

(b) $f(x) = 2x - 1$

(c) $f(x) = x + 5$

(d) $f(x) = 2 - 3x$

(e) $f(x) = -3x + 6$

(f) $f(x) = \frac{x}{3} - 1$

(g) $f(x) = -3x + 95$

(h) $f(x) = 2x + 5$

(i) $f(x) = 1 - 5x$

(j) $f(x) = 2 + \frac{x}{2}$

1.3 Função polinomial do 2º Grau (função quadrática)

1.3.1 Introdução

1. Dadas as funções $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2 - 1$, determine os valores reais de x para que se tenha $g(f(x)) = 0$

1.3.2 Gráfico da função do segundo grau

1. Determine os zeros das funções, quando possível, e construa os gráficos das funções:

(a) $f(x) = x^2 - 4x - 3$

(b) $f(x) = x^2 - 9$

(c) $f(x) = 4x^2 + 2x - 3$

(d) $f(x) = 6x^2$

(e) $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$

(f) $f(x) = -4x^2 + 2x$

(g) $f(x) = x^2 + -2x - 3$

(h) $f(x) = 2x^2$

(i) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

(j) $f(x) = -x^2 + 2x - 4$

(k) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

(l) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$

(m) $f(x) = x^2 - 4$

(n) $f(x) = -x^2$

(o) $f(x) = x^2 - 4x$

(p) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

(q) $f(x) = x^2 - 7x + 6$

(r) $f(x) = x^2 - 4x - 5$

(s) $f(x) = x^2 - 2x + 6$

(t) $f(x) = 4x^2 + 20x + 25$

(u) $f(x) = x^2 + 2x$

(v) $f(x) = x^2 + -7x + 10$

(w) $f(x) = 4 - x^2$

(x) $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$

(y) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

(z) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$

2. Faça um esboço do gráfico das funções, abaixo, e marque suas raízes e ponto que intercepta o eixo y

(a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

(b) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

(c) $f(x) = x^2 - 2x + 4$

(d) $f(x) = x^2 + x - 6$

(e) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

(f) $f(x) = -x^2 + 4$

(g) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

(h) $f(x) = x^2 + 2x + 5$

(i) $f(x) = -x^2 + x + 2$

(j) $f(x) = -x^2 + 3$

3. Faça um esboço do gráfico das funções, abaixo, marque suas raízes, o ponto que intercepta o eixo y e indique as coordenadas do seu vértice.

(a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

(b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

(c) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

(d) $f(x) = 3x^2 - 2x + 2$

(e) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

(f) $f(x) = x^2 - x - 2$

(g) $f(x) = x^2 - 4$

(h) $f(x) = 3x^2 - 4x$

(i) $f(x) = x^2 - 2x - 15$

(j) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

$$(k) f(x) = 3x^2 - 3x + 2$$

1.3.3 Exercícios de fixação

1. A função $f(x) = x^2 - 2x + 3k$, possui dois zeros reais e iguais. Nestas condições, determinar os valores reais de k
2. A função $f(x) = 3x^2 - 5x + m$, possui duas raízes reais e iguais. Nestas condições, determinar os valores reais de m
3. Determine os valores de a e b , de modo que o gráfico da função determinada por: $f(x) = ax^2 + bx - 9$ tenha o vértice no ponto $(4; -25)$.
4. Determine a e b para que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + 6$ tenha o vértice no ponto $(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4})$
5. A parábola que representa graficamente a função $y = -2x^2 + bx + c$ passa pelo ponto $(1, 0)$ e seu vértice é o ponto de coordenada $(3, k)$. Determine o valor de k .



Índice Remissivo

E

Estudo do domínio de uma função 7

F

Função Composta 9

Função Inversa 10

G

Gráfico de uma função no plano cartesiano . 8

N

Noção intuitiva sobre funções 7

R

Resolução gráfica de um sistema de equações
do 1º grau 13

Z

Zeros da função do 1º grau 14