Matemática I:

Função - Introdução

Prof. Luís Rodrigo

{luis.goncalves@ucp.br}
[http://lrodrigo.ddns.net/]

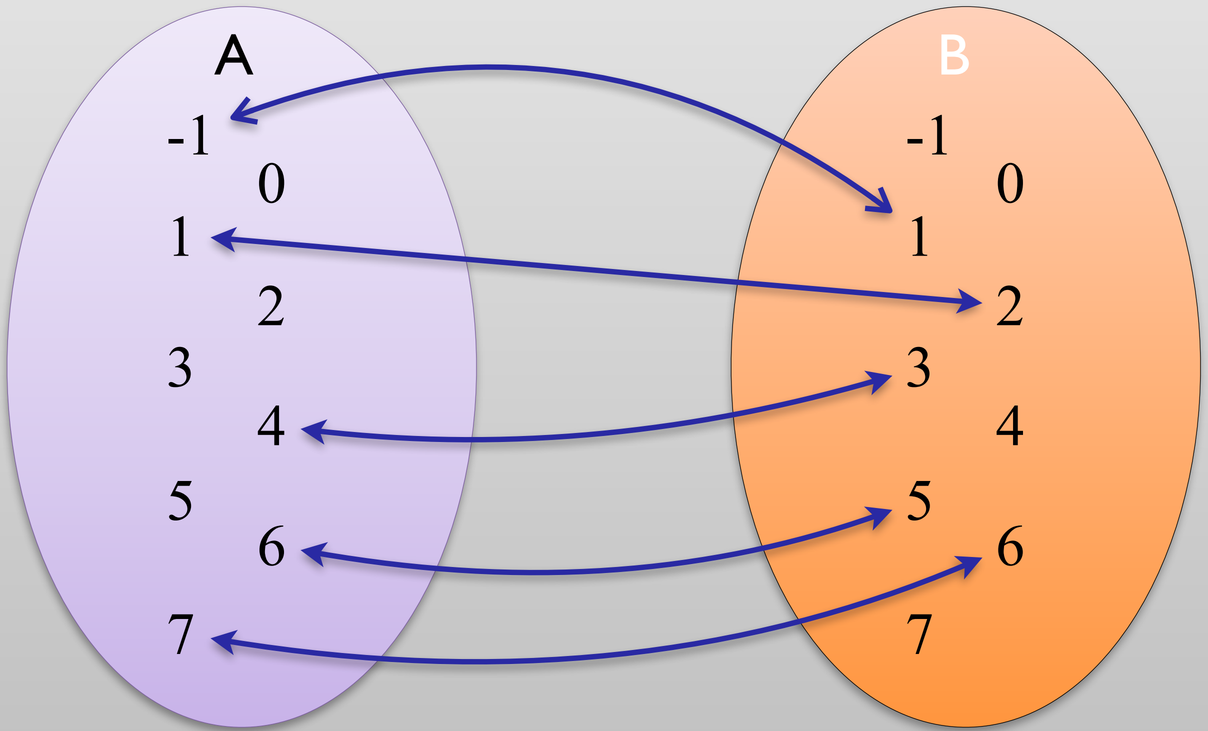
Função

Introdução

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://luisrodrigoog.ddns.net/ - http://lrodrigo.ddns.net/

Função - Introdução

Uma **função** consiste de **dois conjuntos** e **uma regra** que associa os elementos de um conjunto aos elementos do outro



Uma função é uma regra que **associa** cada **objeto** de um conjunto **A** à um e apenas um objeto do conjunto **B**

Podemos dizer que, uma **função** é uma **relação** entre **duas** ou **mais grandezas**. Por exemplo:

1. O **salário** de um funcionário varia em função do **número de horas** trabalhadas;
2. A **população** mundial varia em função do **tempo**;
3. A **intensidade** de um terremoto varia em função da **energia liberada**;
4. O **consumo** de energia de uma casa varia em função do **tempo** de utilização;
5. A **distância** percorrida por um velocista varia em função da **velocidade**.

As **funções** matemáticas podem ser usadas como **ferramentas** que auxiliam na **resolução de problemas** ligados, por exemplo, à administração de empresas.

- A tabela abaixo traz a **distribuição dos preços** do produto "A" **no decorrer dos meses,** na cidade de São Paulo.

Tabela 1.1 Preço médio do produto "A" em São Paulo

Mês (t)	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Maio	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
Preço (p) ($)	6,70	6,75	6,80	6,88	6,95	7,01	7,08	7,14	7,20	7,28	7,36	7,45

- A cada mês, observamos um preço do produto.
- Assim, podemos dizer que **cada preço**, p, **está associado a um mês**, t, ou ainda que o **preço depende do mês que escolhemos**.

Função - Introdução

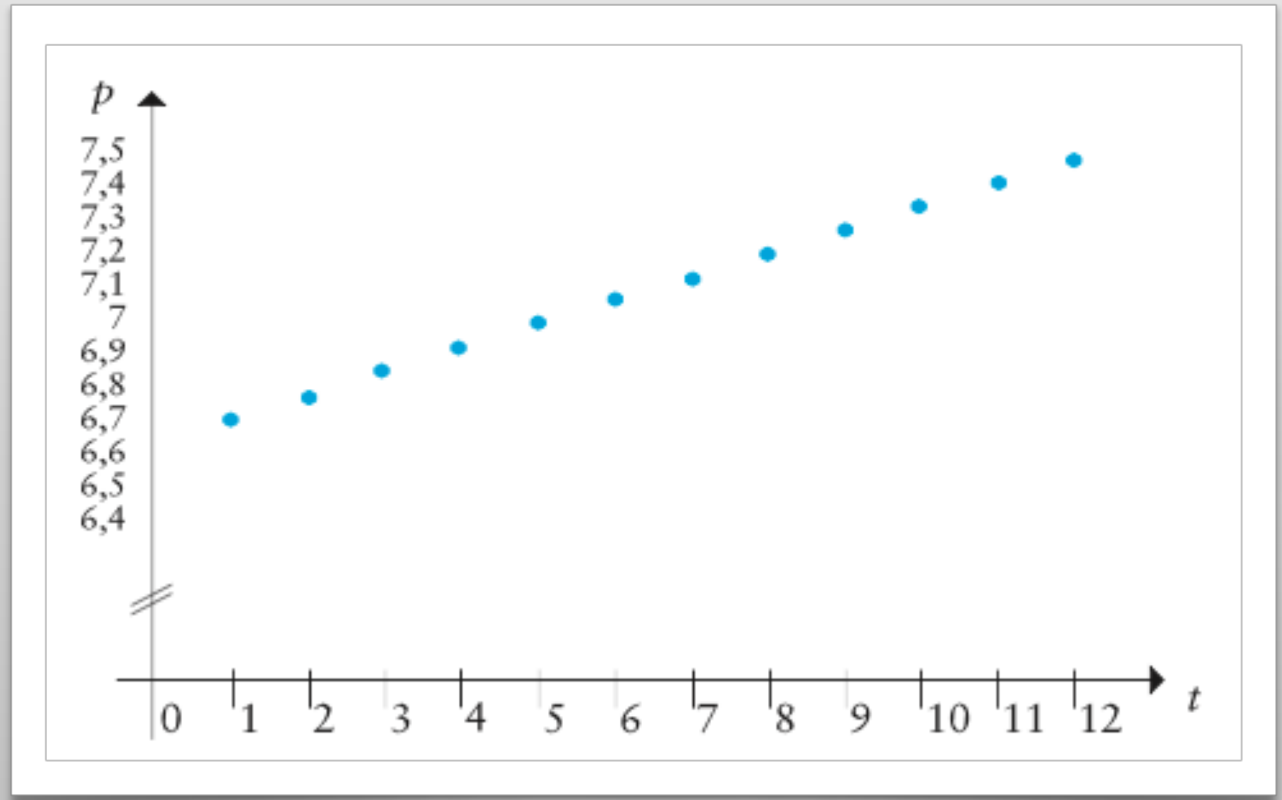
Se **substituirmos cada mês por um número**, podemos entender a relação entre o mês e o preço como uma **associação entre duas variáveis numéricas**; assim temos uma nova tabela:

Tabela 1.2 Preço médio do produto "A" em São Paulo

Mês (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Preço (p) ($)	6,70	6,75	6,80	6,88	6,95	7,01	7,08	7,14	7,20	7,28	7,36	7,45

- **A cada valor da variável** "**mês**", temos **um único valor na variável** "**preço**", o que **caracteriza uma função** matemática
- A cada valor da grandeza ***t*** está associado um único valor da grandeza ***P***, caracterizando ***P*** como função de ***t***, o que é indicado por **P = f(t)**.

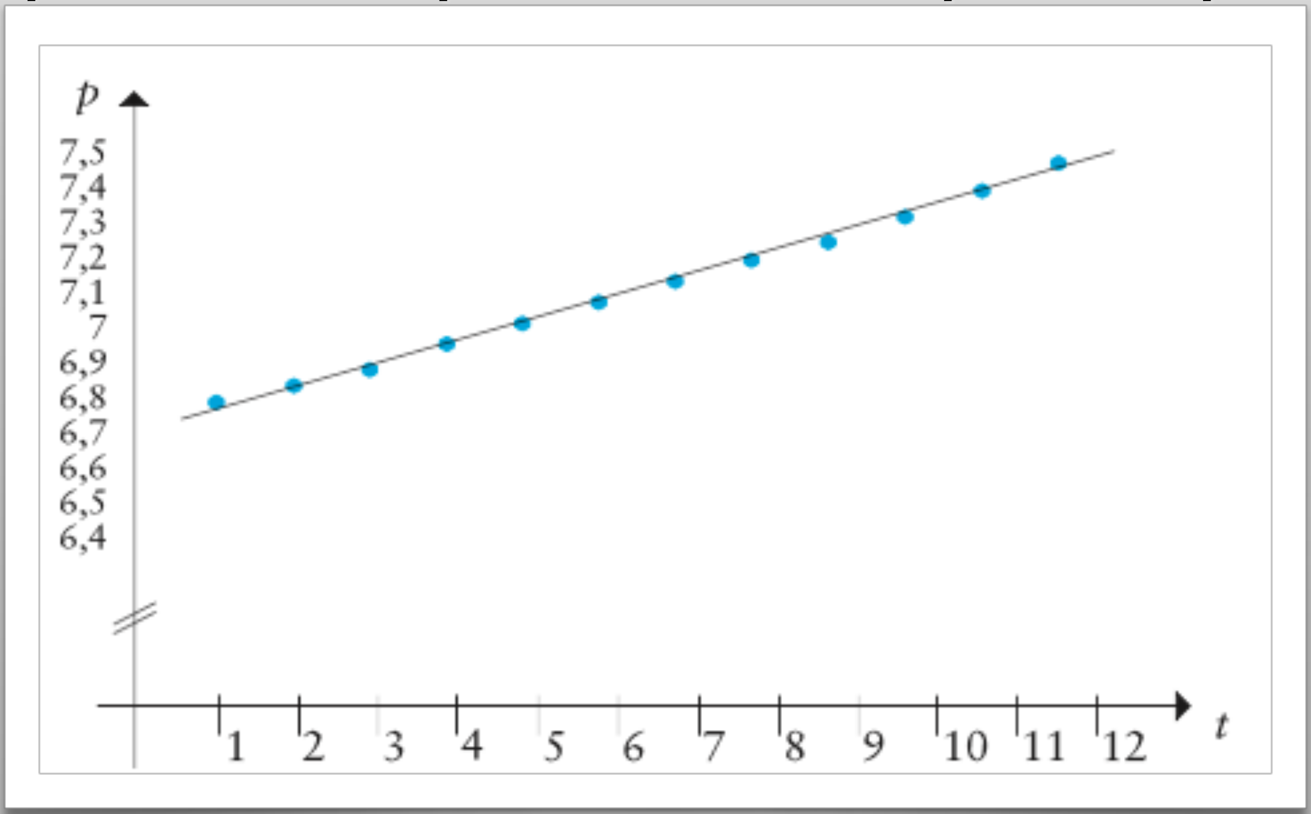
Na **tabela abaixo**, temos **representação numérica** da função, que pode ser representada também por meio de um **gráfico**.



No exemplo anterior, **não existe uma fórmula** que relacione de maneira **exata** as variáveis t e P, **mas podemos aproximar** tal relação com a fórmula:

$$p = 0{,}0676\,t + 6{,}6104$$

Cujo **gráfico** é representado por uma reta que se aproxima dos pontos já traçados



Resumindo:

- Uma **função é uma lei** que associa todo **elemento de A** à um **único elemento de B**;
- Temos então uma função **definida em A** com **imagem em B**
- Uma função binária f de **A** em **B** é uma função se e somente se:
  - todo $x \in \mathcal{A}$ se relaciona com algum $y \in \mathcal{B}$
  - cada $x \in \mathcal{A}$ se relaciona com um único $y \in \mathcal{B}x$

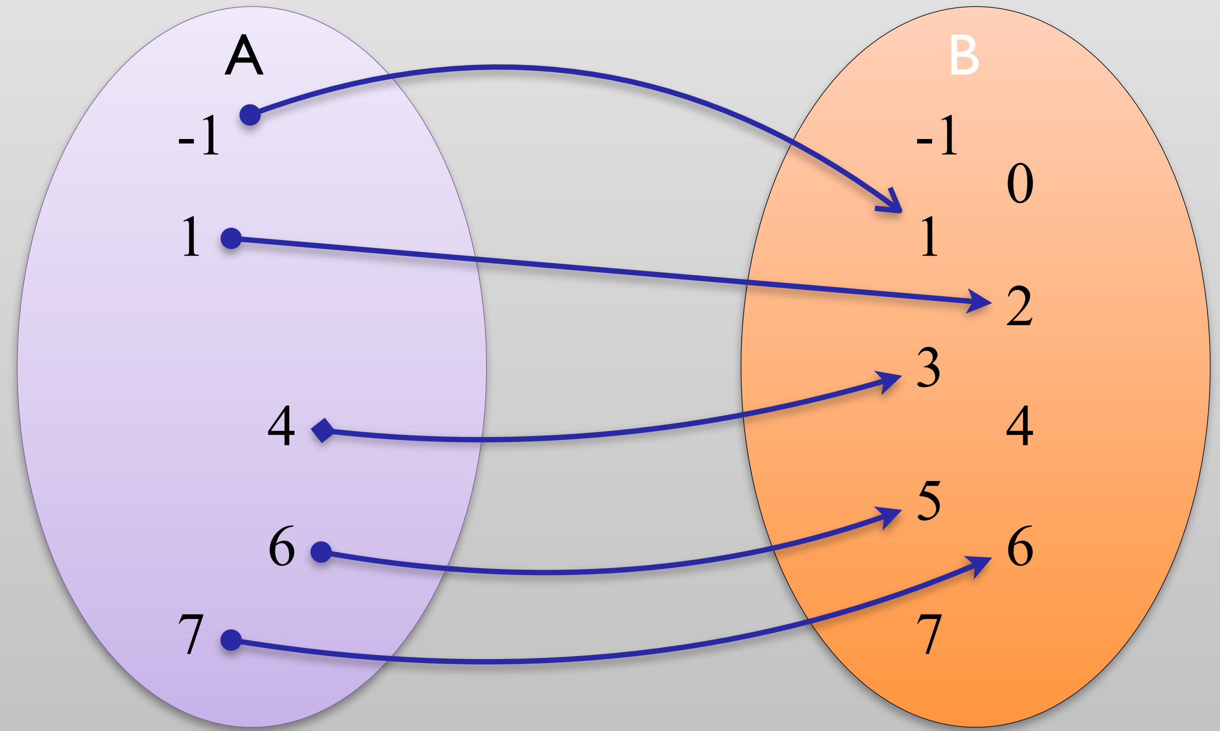
Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://luisrodrigoog.ddns.net/ - http://lrodrigo.ddns.net/

- O **Domínio** de uma função são os elementos que compõem o **conjunto de partida**;

- Já o **Contradomínio** são os elementos do **conjunto de chegada**

- E a **Imagem** são os elementos do **conjunto de chegada** que estão **relacionados** com os elementos do **conjunto de partida**

O conjunto **A** é chamado de **domínio** da função.



E o conjunto **B** é denominado **contradomínio** da função

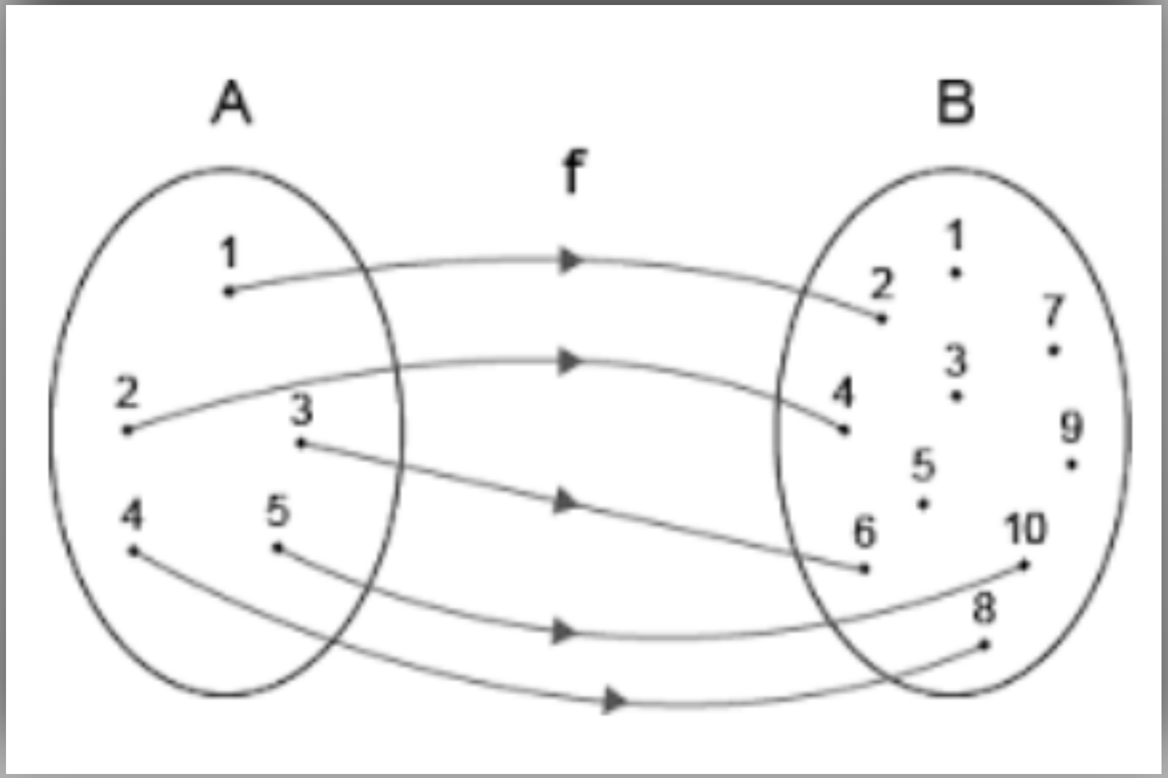
Função - Domínio e Contradomínio

- Geralmente utilizamos a letra f para representar uma **função**;
- O **domínio** (**A**) e o **contradomínio** (**B**) são conjuntos de números reais.
- E existe somente **um número no contradomínio associado à cada número do domínio**
- O valor que **função** f associa ao **número** x pertencente ao **domínio** é representado por $f(x)$
- Sendo que $f(x)$ geralmente é uma expressão matemática, como por exemplo: $f(x)=x^2+4$

- O conjunto definido por:

$$\mathcal{I}m(f) := \{\, f(x);\ \ x \in \mathcal{A} \}$$

- É dito imagem de f



Ao representar uma função, sempre que possível, devemos apresentar o seu *(i)* **domínio**, *(ii)* **contradomínio** e *(iii)* **lei de formação**.

Podemos explicitar formalmente a função do salário de um funcionário como:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^{+} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow 800 + 5x \end{aligned}$$

Neste caso temos que :

$$Dom(f) = \mathbb{R}^{+}$$

$$Im(f) = \{\, y \in \mathbb{R};\ y >= 800 \}$$

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://luisrodrigoog.ddns.net/ - http://lrodrigo.ddns.net/

O domínio de f é:

- o conjunto de **todos os números** para os quais $f(x)$ pode ser definida (como um número **real**)
- este domínio é conhecido como **domínio natural**
- para determinar o domínio natural é preciso **excluir**:
  - os números x que resultem em uma **divisão por zero**;
  - qualquer **raiz** de um número **negativo**

Determine o **domínio** e o **contradomínio** da função a seguir:

$$f(x)=\frac{1}{x-3}$$

- Para determinar o domínio devemos **excluir** a possibilidade da **divisão por zero**
- Neste caso x não pode ser igual à **3**
- Logo o **domínio** da função é o conjunto de **todos os números** $x \neq 3$

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br

Para calcular o **contradomínio** demos:

- igualar a função à y, ou seja $f(x)=y$
- Em seguida devemos **colocar x em evidencia**
- Gerando a expressão à baixo:

$$x=3+\frac{1}{y}$$

- Neste caso para que x seja um número **valido**, y **não** pode ser **igual a zero ($y \neq 0$)**
- Logo, o **contra domínio** de f é o conjunto de todos os **números** y **exceto 0** (zero)

- A relação funcional pode ser representada por meio de uma equação do tipo:

$$y = f(x)$$

- Neste caso:
  - x e y são denominadas variáveis
  - y é determinado pelo valor de x
  - y é chamada de variável **dependente**
  - x é denominada variável **independente**
- **Por exemplo**:

$$y = x^2 + 4$$

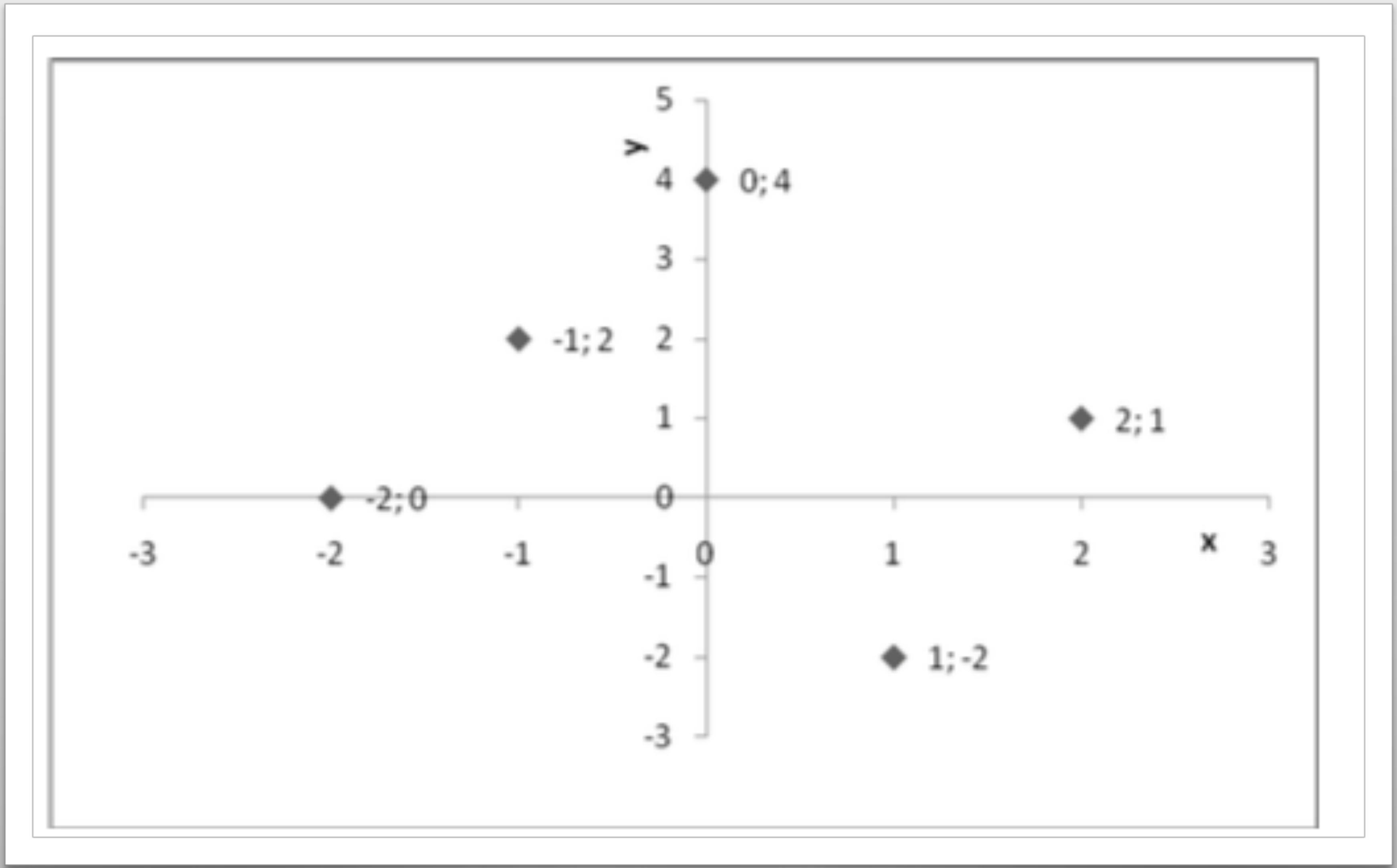
Função - Representação Gráfica

- Para construirmos o gráfico de uma função é necessário representar o **par ordenado** (x,y) na forma de um **ponto** no **plano cartesiano**.

- As coordenadas de um plano cartesiano são referenciadas por **duas retas perpendiculares** as quais denominados:
  - **Abscissas - eixo** x
  - **Ordenada - eixo** y

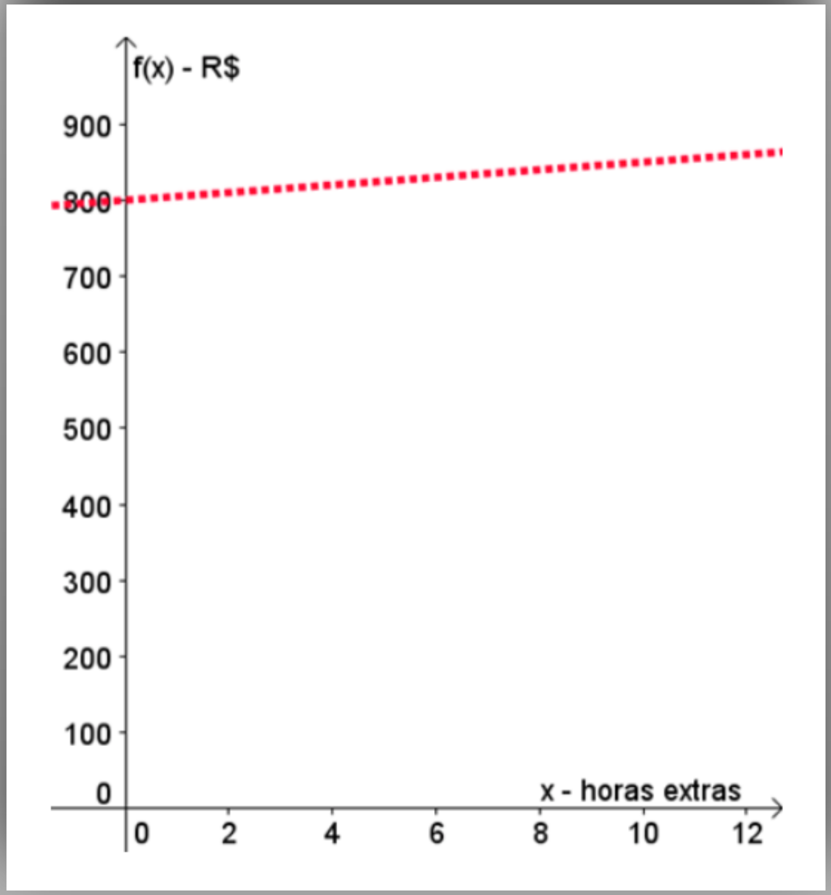
- Sendo que as duas retas se encontram no ponto **(0,0)**

- Dado o plano cartesiano, observe as coordenadas:
  1. (2;1)
  2. (-1;2)
  3. (0;4)
  4. (-2;0)
  5. (1;-2)



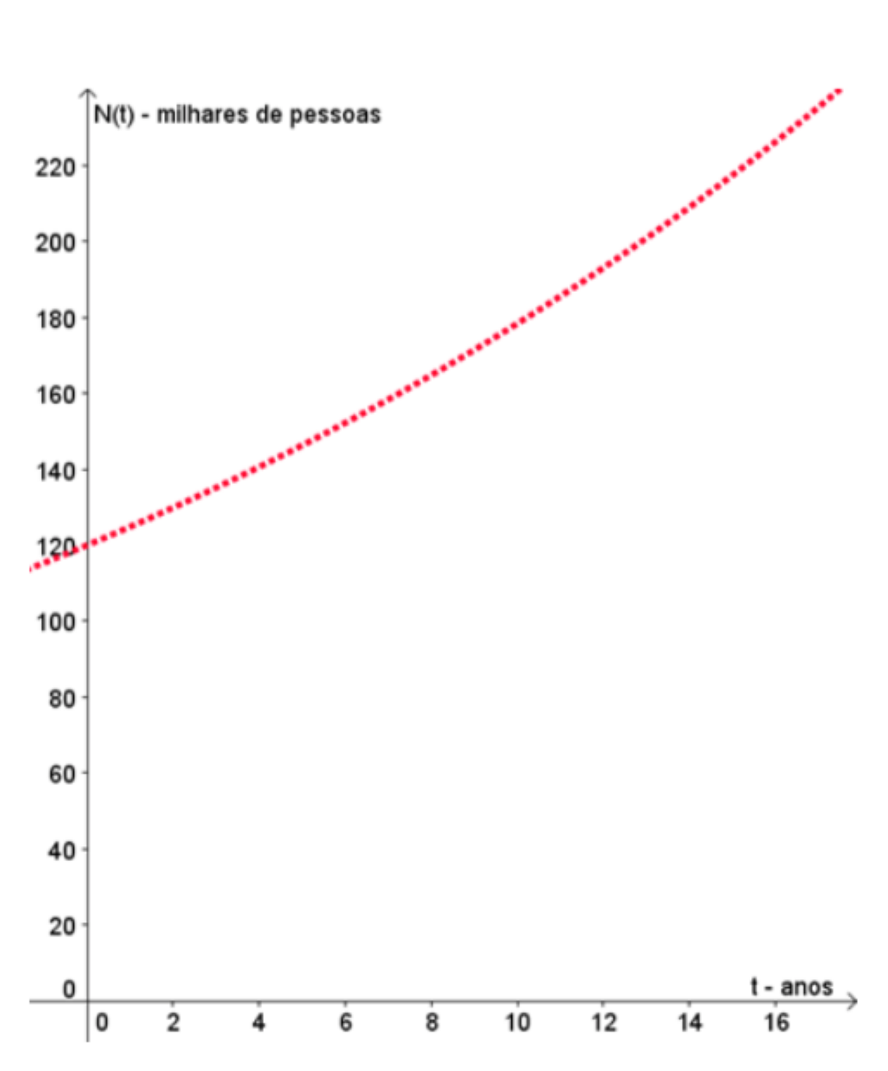
Exemplo 01: A **lei** que **associa** o **salário mensal** $f(x)$ de um funcionário **em função das horas** extras trabalhadas x é:

$$f(x) = 800 + 5x;$$



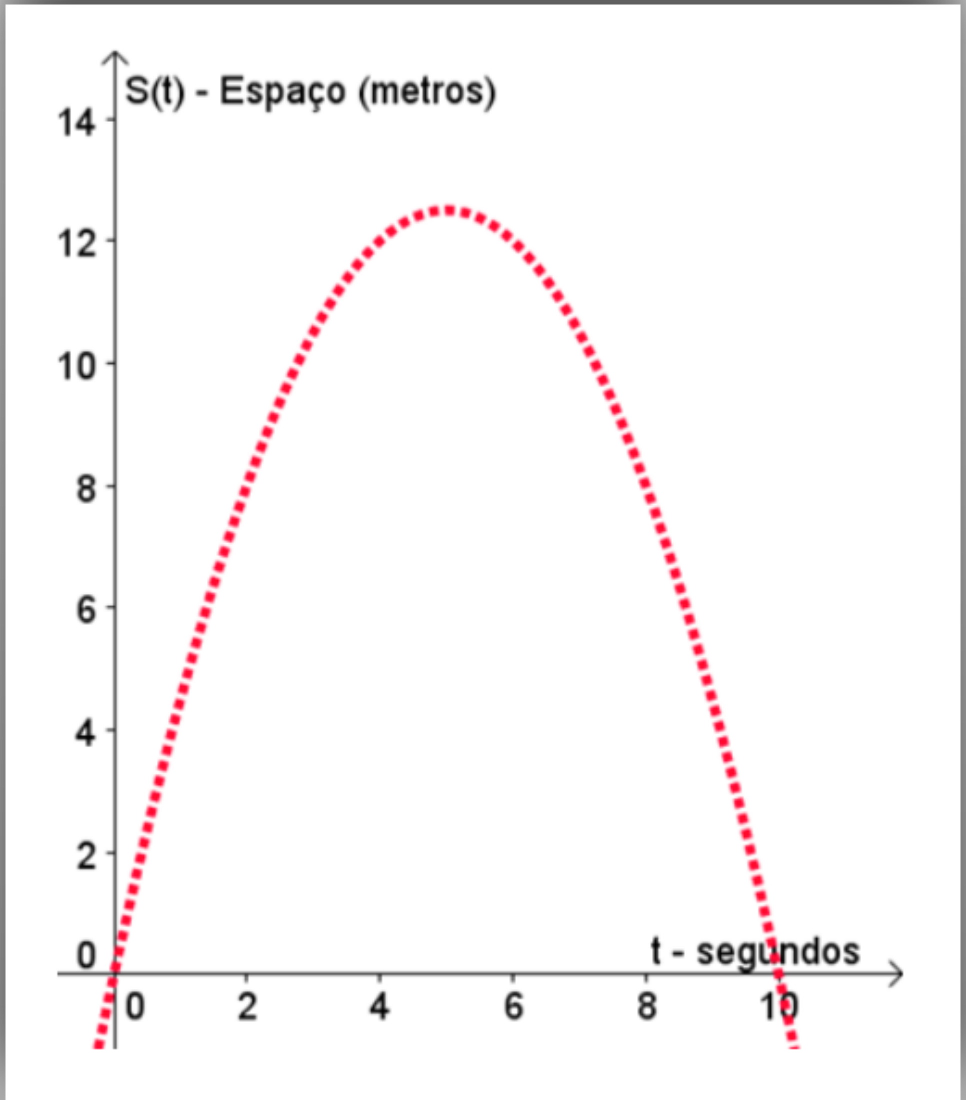
Exemplo 02: A **população** $\mathcal{N}(t)$ em milhares de pessoas varia **em função do tempo** t em anos, através da lei:

$$\mathcal{N}(t) = 120 * 1{,}02^{2t};$$



Exemplo 03: **O espaço $S(t)$ percorrido, em metros,** por uma pedra, que foi atirada para cima, **ao longo do tempo t** (segundos), varia de acordo com a lei:

$$S(t) = -0,5t^2 + 5t.$$



Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://luisrodrigoog.ddns.net/ - http://lrodrigo.ddns.net/