Curso de Biomedicina

Centro de Ciências da Saúde

Universidade Católica de Petrópolis

Matemática - Biomedicina

Funções Polinomiais

Fevereiro de 2018

Luís Rodrigo de O. Gonçalves
luis.goncalves@ucp.br

Petrópolis, 14 de Março de 2018

Conteúdo

- Seja n um número inteiro não negativo
- Sejam $a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n, a_{n-1}$, números reais
- Sabendo-se que: $a_n \neq 0$
- A **função** dada por:

- Seja n um número inteiro não negativo
- Sejam $a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n, a_{n-1}$, números reais
- Sabendo-se que: $a_n \neq 0$
- A **função** dada por:

$$f(x) = a_n x^n + a_{-1} x^{n-1} ... + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

- é uma **Função Polinomial** de Grau n
- Cujo coeficiente principal é o valor de: a_n

- As **funções polinomiais** são definidas sobre todos os números reais.
- A **função zero** dada por $f(x) = 0$ é uma função polinomial, que **não tem grau** nem coeficiente principal.
- A **função zero** e todas as **funções constantes** são **polinomiais**.

OUTRAS FUNÇÕES POLINOMIAIS:

- **Função Zero** : grau indefinido

$$f(x) = 0$$

OUTRAS FUNÇÕES POLINOMIAIS:

- **Função Zero** : grau indefinido

$$f(x) = 0$$

- **Função Constante**: grau zero; quando $a \neq 0$

$$f(x) = a$$

OUTRAS FUNÇÕES POLINOMIAIS:

- **Função Zero** : grau indefinido

$$f(x) = 0$$

- **Função Constante**: grau zero; quando $a \neq 0$

$$f(x) = a$$

- Função do **primeiro grau**; quando $a \neq 0$

$$f(x) = ax + b$$

OUTRAS FUNÇÕES POLINOMIAIS:

- **Função Zero** : grau indefinido

$$f(x) = 0$$

- **Função Constante**: grau zero; quando $a \neq 0$

$$f(x) = a$$

- Função do **primeiro grau**; quando $a \neq 0$

$$f(x) = ax + b$$

- Função do **segundo grau**; quando $a \neq 0$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Outras funções polinomiais:

- **Função Zero** : grau indefinido

$$f(x) = 0$$

- **Função Constante**: grau zero; quando $a \neq 0$

$$f(x) = a$$

- Função do **primeiro grau**; quando $a \neq 0$

$$f(x) = ax + b$$

- Função do **segundo grau**; quando $a \neq 0$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Funções Polinomiais

FUNÇÃO LINEAR

Função Linear
Definição

- É uma função que **varia à uma taxa constante** em relação à variável independente.
- A equação de uma função linear pode ser escrita na forma:

$$y = mx + b$$

Função Linear
Definição

- É uma função que **varia à uma taxa constante** em relação à variável independente.
- A equação de uma função linear pode ser escrita na forma:

$$y = mx + b$$

- **Em que**:
  - ✓ **m** e **b** são números reais
  - ✓ **x** é a variável independente (pode assumir qualquer valor);
  - ✓ **y** é a variável dependente (depende de x);
  - ✓ **m** é o coeficiente angular;
  - ✓ **b** é o coeficiente linear.

Exemplos:

$y = m.x + b$	m	b
$y = 500$	0	500
$y = 3x$	3	0
$y = 3x + 500$	3	500
$y = 10x$	10	0
$y = 7x - 500$	7	-500

- **Coeficiente angular** (m):
  - ✓ **Determina** de quanto será o crescimento, ou decrescimento, da função.
  - ✓ Na função $y = 3x + 500$, o valor de **m** será igual a 3
  - ✓ A função (y) **crescerá** de 3 em 3.
  - ✓ Ou seja, o **crescimento** acontece segundo o valor de **m**,
  - ✓ Cada vez que **x** variar de uma unidade (+1), a **função** (y) irá **variar** de (m), sendo **m** positivo ou negativo.
- **Logo**:

- **Coeficiente angular** (m):
  - **Determina** de quanto será o crescimento, ou decrescimento, da função.
  - Na função $y = 3x + 500$, o valor de **m** será igual a 3
  - A função (y) **crescerá** de 3 em 3.
  - Ou seja, o **crescimento** acontece segundo o valor de **m**,
  - Cada vez que **x** variar de uma unidade (+1), a **função** (y) irá **variar** de (m), sendo **m** positivo ou negativo.
- **Logo**:
  - Em uma **Função linear** o **crescimento é linear**.
  - O **gráfico** desta função é **uma reta**.

Função Linear
Coeficiente Linear

- **Coeficiente Linear (b)**:
  - ✓ O valor de **b** corresponde ao **valor da função** quando x é igual a 0.
  - ✓ O coeficiente linear (**b**) determina o **valor da função** quando x vale zero.

Funções Polinomiais

DOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO LINEAR

- O **domínio** de uma função é o conjunto formado pelos **elementos/valores** que a **variável independente** x, pode **assumir**.
- Na função linear, $y = mx + b$, verifica-se:

- O **domínio** de uma função é o conjunto formado pelos **elementos/valores** que a **variável independente** x, pode **assumir**.
- Na função linear, $y = mx + b$, verifica-se:
  - ✓ Que x pode assumir qualquer valor.
  - ✓ Logo o **domínio** será o **conjunto** dos números **reais** $D = (-\infty, \infty)$

- A **imagem** é formada pelos **elementos** do **conjunto de chegada** que estão **relacionados** com o conjunto de **partida**;
- Na função linear, $y = mx + b$, tem-se que:

- A **imagem** é formada pelos **elementos** do **conjunto de chegada** que estão **relacionados** com o conjunto de **partida**;
- Na função linear, $y = mx + b$, tem-se que:

$$I = (-\infty, \infty)$$

- Em determinadas situações, o **domínio** de uma função é **restrito**.
- No caso da função **Lucro Bruto**, $LB = 7x - 500$, onde:

- Em determinadas situações, o **domínio** de uma função é **restrito**.
- No caso da função **Lucro Bruto**, $LB = 7x - 500$, onde:

  1. **x** representa o número de **unidades vendidas**
  2. **x** deverá ser um **número positivo**,
  3. Haverá um **limite máximo** de unidades produzidas, em **relação** ao número de **funcionários**.

Domínio e Imagem de uma função linear
Exemplo:

- **Supondo que**:

1. A fábrica possua **5 funcionários**
2. Cada **funcionário** produza **2 unidades por hora**
3. Cada **funcionário** trabalhe **8 horas** por dia e **25 dias** no mês
4. Logo, o **número máximo de unidades** produzidas por mês é:

Domínio e Imagem de uma função linear

Exemplo:

- **Supondo que**:

1. A fábrica possua **5 funcionários**
2. Cada **funcionário** produza **2 unidades por hora**
3. Cada **funcionário** trabalhe **8 horas** por dia e **25 dias** no mês
4. Logo, o **número máximo de unidades** produzidas por mês é:

$$N^0 \text{ de unidades} = 5 \times 2 \times 8 \times 25 = 2000$$

Domínio e Imagem de uma função linear

Exemplo:

- Neste caso, **considerando** a **capacidade** da **mão-de-obra**, podemos **estabelecer** que o **Domínio** da função será:

$$D = \{x \in R | 0 \leq x \leq 2000\} \text{ ou } D = [0, 2000]$$

Domínio e Imagem de uma função linear

Exemplo:

- Neste caso, **considerando** a **capacidade** da **mão-de-obra**, podemos **estabelecer** que o **Domínio** da função será:

$$D = \{x \in R | 0 \leq x \leq 2000\} \text{ ou } D = [0, 2000]$$

- Calculando os valores de **y**, pra os valores conhecidos de **x**, temos a **Imagem** da função:

Domínio e Imagem de uma função linear

Exemplo:

- Neste caso, **considerando** a **capacidade** da **mão-de-obra**, podemos **estabelecer** que o **Domínio** da função será:

$$D = \{x \in R | 0 \leq x \leq 2000\} \text{ ou } D = [0, 2000]$$

- Calculando os valores de **y**, pra os valores conhecidos de **x**, temos a **Imagem** da função:

1. Para $x = 0 \Longrightarrow = -500$
2. Para $x = 2000 \Longrightarrow LB = 7 \times 2000 - 500 = 14000 - 500 = 13500$

Domínio e Imagem de uma função linear

Exemplo:

- Desta forma, conseguimos verificar que, baseado na **capacidade de mão-de-obra** instalada:

  1. O **pior** resultado seria um **prejuízo** de R$500,00
  2. E o **melhor** resultado possível seria um **lucro** de R$13.500,00

Funções Polinomiais
INCLINAÇÃO DA RETA

- A **inclinação de uma reta**, não vertical, passando pelos pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) é dada pela expressão:

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- A **inclinação de uma reta**, não vertical, passando pelos pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) é dada pela expressão:

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Determine os coeficientes angular e linear da reta:

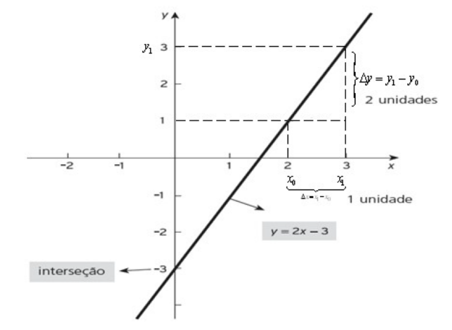
$$y = 2x - 3$$

- A **inclinação de uma reta**, não vertical, passando pelos pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) é dada pela expressão:

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Determine os coeficientes angular e linear da reta:

$$y = 2x - 3$$



FUNÇÕES POLINOMIAIS

GRÁFICO DA EQUAÇÃO LINEAR

- Dada a função $y = 5x + 2$; determine:

- Coeficiente Angular
- Coeficiente Linear
- Valor de y para $x = 0$
- Valor de x para $y = 0$

- Dada a função $y = 5x + 2$; determine:

- Coeficiente Angular
- Coeficiente Linear
- Valor de y para $x = 0$
- Valor de x para $y = 0$

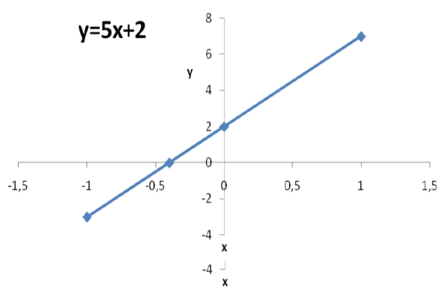


Figura: Gráfico no intervalo $-1 \leq x \leq 1$

- **Observando o gráfico:**
  1. Quando $x = 0$, y é igual à b, ou seja 2
  2. Logo $P1 = (0; 2)$
  3. Quando $y = 0$, x é igual à -0.4
  4. Logo $P2 = (-0, 4; 0)$

- **Observando o gráfico:**
  1. Quando $x = 0$, y é igual à b, ou seja 2
  2. Logo $P1 = (0; 2)$
  3. Quando $y = 0$, x é igual à -0.4
  4. Logo $P2 = (-0,4; 0)$
- Com estes dados podemos calcular o coeficiente angular.
- O **coeficiente angular** é **divisão** da variação de y pela variação de x, entre dois pontos quaisquer da função.

- **Observando o gráfico:**
  1. Quando $x = 0$, y é igual à b, ou seja 2
  2. Logo $P1 = (0; 2)$
  3. Quando $y = 0$, x é igual à -0.4
  4. Logo $P2 = (-0,4; 0)$
- Com estes dados podemos calcular o coeficiente angular.
- O **coeficiente angular** é **divisão** da variação de y pela variação de x, entre dois pontos quaisquer da função.

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{-0,4 - 0} = \frac{-2}{-0,4} = 5$$

- **Observando o gráfico:**
  1. Quando $x = 0$, y é igual à b, ou seja 2
  2. Logo $P1 = (0; 2)$
  3. Quando $y = 0$, x é igual à -0.4
  4. Logo $P2 = (-0,4; 0)$
- Com estes dados podemos calcular o coeficiente angular.
- O **coeficiente angular** é **divisão** da variação de y pela variação de x, entre dois pontos quaisquer da função.

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{-0,4 - 0} = \frac{-2}{-0,4} = 5$$

- Logo, o **coeficiente angular** é igual à: $m = 5$
- Como o coeficiente angular > 0, neste caso 5, a função é crescente

- Dada a função $y = -2x + 1$;
- Determine:
  - ✓ Coeficiente Angular
  - ✓ Coeficiente Linear
  - ✓ Valor de y para $x = 0$
  - ✓ Valor de x para $y = 0$

- Dada a função $y = -2x + 1$;

- Dada a função $y = -2x + 1$;

X	y
0	1
0.5	0

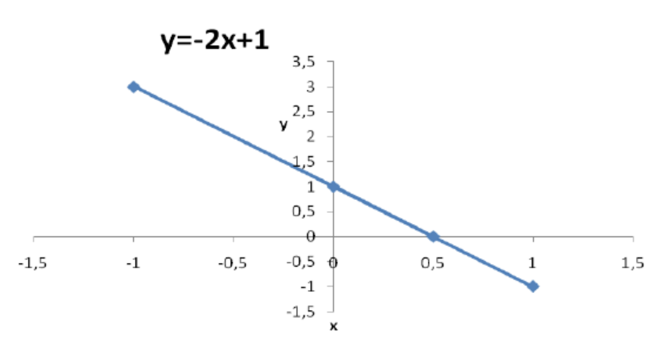


Figura: Gráfico no intervalo $-1 \leq x \leq 1$

- **Determine** a **equação da reta** que passa pelo **ponto** (3,2) e cuja **inclinação** é igual a 2.

- **Determine** a **equação da reta** que passa pelo **ponto** (3,2) e cuja **inclinação** é igual a 2.

- **Sabemos que**:

  1. $(x_0, y_0) = (3, 2)$
  2. $m = 2$
  3. $m = \dfrac{\triangle y}{\triangle x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- **Determine** a **equação da reta** que passa pelo **ponto** (3,2) e cuja **inclinação** é igual a 2.
- **Sabemos que**:
  1. $(x_0, y_0) = (3, 2)$
  2. $m = 2$
  3. $m = \frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Das informações anteriores deduzimos que:**
  1. $y - y_0 = m(x - x_0)$

- **Substituindo os valores temos:**

- **Substituindo os valores temos:**

$$y - 2 = 2(x - 3) \tag{1}$$
$$y - 2 = 2x - 6 \tag{2}$$
$$y = 2x - 6 + 2 \tag{3}$$
$$y = 2x - 4 \tag{4}$$

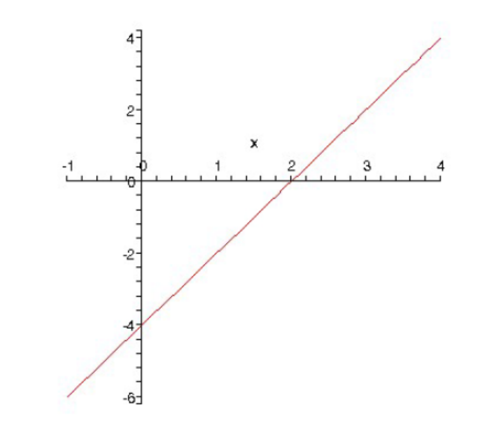


Figura: Gráfico da função $y = 2x - 4$

Funções Polinomiais

EXERCÍCIOS

1. Seja a função de A em B; em que $y = 2x + 1$. Sabendo que $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, faça o diagrama de flechas da função.
2. No exercício anterior qual o conjunto imagem?
3. Dada a função $y = 3x$ e sabendo-se que o conjunto imagem é $Im = \{12, 18, 24, 25\}$, qual seu domínio?
4. Dada a função $f(x) = 7x - 3, D = R$, obtenha:
   - 4.1 $f(2)$
   - 4.2 $f(0)$
   - 4.3 $f(\sqrt{2})$
   - 4.4 $f(-\frac{1}{3})$
   - 4.5 $f(6)$
   - 4.6 $f(-1)$
   - 4.7 $f(\frac{1}{2})$

5. Dada a função $f(x) = 2x - 3$, com domínio no conjunto R, obtenha:
   5.1 $f(3)$
   5.2 $f(-4)$
   5.3 o valor de x tal que $f(x) = 49$
   5.4 o valor de x tal que $f(x) = 10$
6. Suponha que o custo total em u.m. (Unidades monetárias) de q unidades produzidas de um certo bem é dado pela função $C(q) = q^3 - 30q^2 2 + 500q + 200$. Calcule o custo de produzir 10 unidades desse bem.

7. Obtenha o (i) **coeficiente angular**, (ii) a **equação** da reta que passa pelos P1 e P2 e (iii) expresse o **gráfico** da função, nos seguintes casos:
   7.1 P1(1,2) e P2(2,7)
   7.2 P1(0,3) e P2(2,5)
   7.3 P1(-1,4) e P2(3,5)
   7.4 P1(-2,1) e P2(5,-2)

8. Obtenha a **equação** da reta que passa por P e expresse o **gráfico** da função, nos seguintes casos:
   8.1 P(1,3) e m=2
   8.2 P(0,0) e m=3
   8.3 P(-1,4) e m=-1
   8.4 P(-1,-2) e m=2

9. Obtenha o (i) coeficiente angular, (ii) a equação da reta que passa pelos P1 e P2 e (iii) expresse o gráfico da função, nos seguintes casos:

   9.1 P1(1,2) e P2(2,3)

   9.2 P1(-1,0) e P2(4,2)

   9.3 P1(2,1) e P2(0,4)

   9.4 P1(2,10) e P2(8,1)

   9.5 P1(0,50) e P2(8,0)

UCP
Universidade Católica de Petrópolis

Curso de Biomedicina
Centro de Ciências da Saúde
Universidade Católica de Petrópolis

Matemática - Biomedicina

Funções Polinomiais
Fevereiro de 2018

Luís Rodrigo de O. Gonçalves
luis.goncalves@ucp.br

Petrópolis, 14 de Março de 2018