Curso de Biomedicina
Centro de Ciências da Saúde
Universidade Católica de Petrópolis

Matemática - Biomedicina

Funções - Classificação
Fevereiro de 2018

Luís Rodrigo de O. Gonçalves
luis.goncalves@ucp.br

Petrópolis, 14 de Março de 2018

Sumário

Matemática - Biomedicina

As funções crescentes e as decrescentes podem ser expressas pela seguinte lei de formação:

- $y = ax + b$ ou
- $f(x) = ax + b$

As funções crescentes e as decrescentes podem ser expressas pela seguinte lei de formação:

- $y = ax + b$ ou
- $f(x) = ax + b$

Onde:

- a e b pertencem ao conjunto dos números reais
- e quando $a \neq 0$, são consideradas funções do 1^0 grau.

As funções crescentes e as decrescentes podem ser expressas pela seguinte lei de formação:

- $y = ax + b$ ou
- $f(x) = ax + b$

Onde:

- a e b pertencem ao conjunto dos números reais
- e quando $a \neq 0$, são consideradas funções do 1^0 grau.

Elas podem ser classificada de acordo com o valor do coeficiente a:

- se $a > 0$, a função é crescente
- senão $a < 0$, a função se torna decrescente.

Exemplo:

Analisemos o comportamento das funções, listadas abaixo, à medida em que o valor da variável x aumenta:

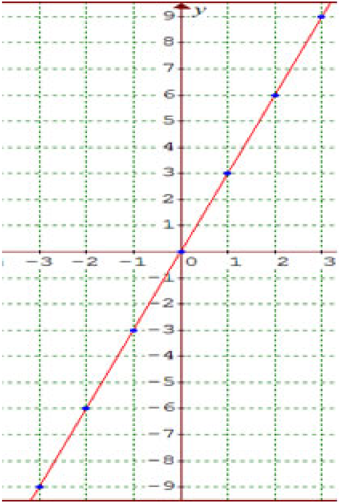
- $f(x) = 3x$ e
- $f(x) = -3x$

Exemplo 1: $f(x) = 3x$

x	f(x) = 3x
−5	−15
−4	−12
−3	−9
−2	−6
−1	−3
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Exemplo 1: $f(x) = 3x$

x	f(x) = 3x
−5	−15
−4	−12
−3	−9
−2	−6
−1	−3
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15



Exemplo: $f(x) = 3x$

Note que:

- à medida que os valores de x aumentam
- os valores de y, ou f(x), também aumentam,
- nesse caso, dizemos que a função é crescente
- e a **taxa de variação** da função é igual a 3.

Funções Crescentes e Decrescente

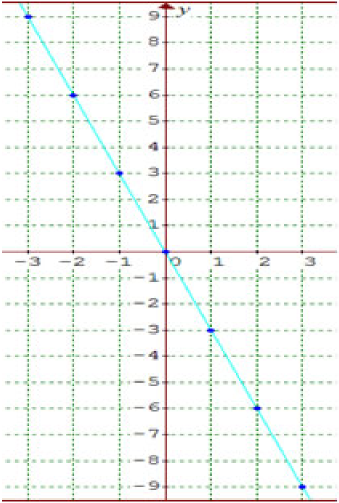
Comportamento da função

Exemplos 2: $f(x) = -3x$

x	$f(x) = -3x$
-5	15
-4	12
-3	9
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6
3	-9
4	-12
5	-15

Exemplos 2: $f(x) = -3x$

x	f(x) = −3x
−5	15
−4	12
−3	9
−2	6
−1	3
0	0
1	−3
2	−6
3	−9
4	−12
5	−15



Exemplo: $f(x) = -3x$

Observe que:

- à medida que os valores de x aumentam
- os valores de y ou f(x) diminuem
- então a função passa a ser decrescente
- a taxa de variação tem valor igual a –3.

Ao analisar o gráfico de uma função podemos identificar algumas de suas características, por exemplo:

- Quando a **função é crescente** o **ângulo** formado entre a reta da função e o eixo x (horizontal) é agudo ($<$ 90º)
- já quando a **função é decrescente** o **ângulo** formado é obtuso ($>$ 90º).

Ao analisar o gráfico de uma função podemos identificar algumas de suas características, por exemplo:

- Quando a **função é crescente** o **ângulo** formado entre a reta da função e o eixo x (horizontal) é agudo ($< 90^o$)
- já quando a **função é decrescente** o **ângulo** formado é obtuso ($> 90^o$).
- A função é **crescente**, no conjunto dos números reais (R), quando os valores de x_1 e x_2, sendo $x_1 < x_2$ resultar em $f(x_1) < f(x_2)$.
- E a função é **decrescente**, no conjunto dos reais (R), quando temos $x_1 < x_2$ resultando em $f(x_1) > f(x_2)$.

Funções Definidas por Partes:

- São aquelas definidas por duas ou mais expressões;
- Cada expressão define a função em um subconjunto do domínio;
- As funções descritas desta forma são chamadas Funções Definidas por Partes

Data a função:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} & \textit{para } x < 1 \\ 3x^2 + 1 & \textit{para } x \geq 1 \end{cases}$$

Data a função:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} & para\ x < 1 \\ 3x^2 + 1 & para\ x \geq 1 \end{cases}$$

- **Determine**:
  1. $f(-\dfrac{1}{2})$
  2. $f(1)$
  3. $f(2)$

Solução 01:

Como $x = -\dfrac{1}{2}$ satisfaz a desigualdade $x < 1$, devemos utilizar a primeira expressão:

Solução 01:

Como $x = -\dfrac{1}{2}$ satisfaz a desigualdade $x < 1$, devemos utilizar a primeira expressão:

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = 1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Solução 02:

- Por outro lado, $x = 1$ e $x = 2$ satisfazem a desigualdade $x \geq 1$;
- Logo, devemos utilizar a segunda expressão.

Solução 02:

- Por outro lado, $x = 1$ e $x = 2$ satisfazem a desigualdade $x \geq 1$;
- Logo, devemos utilizar a segunda expressão.

$$f(1) = 3(1)^2 + 1 = 4$$

Solução 02:

- Por outro lado, $x = 1$ e $x = 2$ satisfazem a desigualdade $x \geq 1$;
- Logo, devemos utilizar a segunda expressão.

$$f(1) = 3(1)^2 + 1 = 4$$

$$f(2) = 3(2)^2 + 1 = 13$$

.

- A função da venda total, v, de um CD, no decorrer dos meses, t, pode ser dada pela seguinte expressão:

$$v = \frac{250}{1 + 500 \times 0,5^t}$$

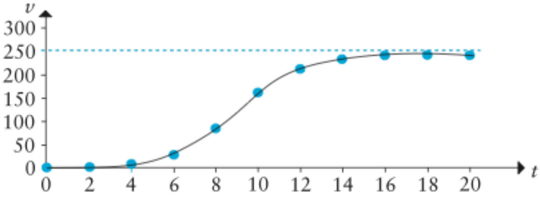
- A função da venda total, v, de um CD, no decorrer dos meses, t, pode ser dada pela seguinte expressão:

$$v = \frac{250}{1 + 500 \times 0,5^t}$$

- A tabela abaixo representa a venda, em milhares, de CD no decorrer dos meses, após o seu lançamento:

t (meses)	0	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v (vendas totais em milhares)	0,5	1	2	8	28	84	168	223	243	248	250	250

- Podemos representar esta função utilizando o gráfico abaixo:



- Observando o gráfico, percebemos que as vendas nunca ultrapassam 255.00:
  1. O valor real para $t = 18$ é $v = 249.524$
  2. E para $t = 20$ é $v = 249.881$

- Observando o gráfico, percebemos que as vendas nunca ultrapassam 255.00:
  1. O valor real para $t = 18$ é $v = 249.524$
  2. E para $t = 20$ é $v = 249.881$
- Desta forma, por maior que seja o valor atribuído à t, o valor da função jamais ultrapassa 250

- Observando o gráfico, percebemos que as vendas nunca ultrapassam 255.00:
    1. O valor real para $t = 18$ é $v = 249.524$
    2. E para $t = 20$ é $v = 249.881$
- Desta forma, por maior que seja o valor atribuído à t, o valor da função jamais ultrapassa 250
- Dizemos que a função é limitada superiormente e que 250 é o seu limite superior
- E chamamos o valor 250 de supremo.

.

- Analisemos o custo por unidade, c_u, de um eletrodoméstico em função da quantidade produzida, q;
- A função do custo é definida pela seguinte expressão:

$$c_u = \frac{240}{q} + 50$$

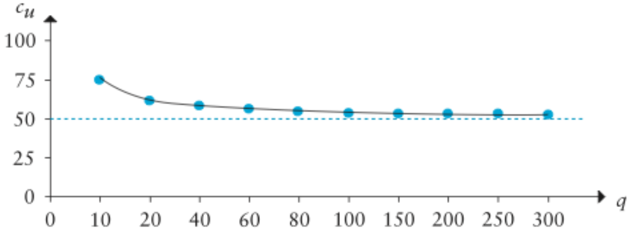
- Analisemos o custo por unidade, c_u, de um eletrodoméstico em função da quantidade produzida, q;
- A função do custo é definida pela seguinte expressão:

$$c_u = \frac{240}{q} + 50$$

- A tabela abaixo representa o valor do custo unitário, para a respectiva quantidade de unidades produzidas:

q (unidades)	10	20	40	60	80	100	150	200	250	300
c_u (custo por unidade) ($)	74,00	62,00	56,00	54,00	53,00	52,40	51,60	51,20	50,96	50,80

- Podemos utilizar o gráfico abaixo para representar esta função



.

Conclusões:

- Observando o gráfico percebemos que o custo unitário nunca é **menor** que $50,00$
  1. O valor real para $q = 10$ é $c_u = 50,02$
- Desta forma, por maior que seja o valor atribuído à q , o valor da função jamais será **inferior** à 50

Conclusões:

- Observando o gráfico percebemos que o custo unitário nunca é **menor** que $50,00$
    1. O valor real para $q = 10$ é $c_u = 50,02$
- Desta forma, por maior que seja o valor atribuído à q , o valor da função jamais será **inferior** à 50
- Dizemos, então, que a função é **limitada inferiormente** e que 50 é o seu **limite inferior**;
- E chamamos o valor 50 de **ínfimo**.

- O valor, v, de uma determinada ação, negociada na bolsa de valores, no decorrer dos meses, t; pode ser dada pela seguinte expressão:

$$v = \frac{t^2 - 6t + 12}{t^2 - 6t + 10}$$

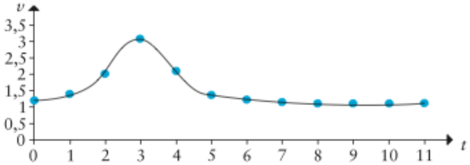
- O valor, v, de uma determinada ação, negociada na bolsa de valores, no decorrer dos meses, t; pode ser dada pela seguinte expressão:

$$v = \frac{t^2 - 6t + 12}{t^2 - 6t + 10}$$

- A tabela abaixo, representa seu valor aproximado no decorrer dos meses:

t (meses)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
v (valor em $)	1,20	1,40	2,00	3,00	2,00	1,40	1,20	1,12	1,08	1,05	1,04	1,01

- O gráfico abaixo, representa a função: $v = \dfrac{t^2 - 6t + 12}{t^2 - 6t + 10}$



Conclusões

- Observando o gráfico, percebemos que, o valor da ação **nunca ultrapassa** \$3,00
- E ao mesmo tempo, **nunca é inferior** à \$1,00
- Desta forma, temos uma função **limitada superiormente e inferiormente**;
- O que nos leva a chama-la de Função Limitada

.

- Algumas grandezas podem ser determinadas em função de uma variável que, por sua vez, pode ser escrita como função de outra variável.
- Combinando-se as duas funções é possível expressar a grandeza original em função da segunda.
- Este processo é conhecido como composição de funções ou composição funcional.

Composição de Funções

- Dadas as funções $f(u)$ e $g(x)$
- A composição $f(g(x))$ é a função formada pela **substituição** de u **por** $g(x)$ na expressão de $f(u)$

Exemplo:

- Ambientalistas estimem que:
  - em uma cidade com p habitantes,
  - a concentração média de monóxido de **c**arbono durante o dia é $c(p)$ partes por milhão.

Exemplo:

- Ambientalistas estimem que:
  - em uma cidade com p habitantes,
  - a concentração média de monóxido de **c**arbono durante o dia é $c(p)$ partes por milhão.
- Um estudo demográfico indica que:
  - A população da cidade dentro de t anos será de $p(t)$ mil habitantes

Exemplo:

- Ambientalistas estimem que:
  - em uma cidade com p habitantes,
  - a concentração média de monóxido de **c**arbono durante o dia é $c(p)$ partes por milhão.
- Um estudo demográfico indica que:
  - A população da cidade dentro de t anos será de $p(t)$ mil habitantes
- Qual será a concentração de monóxido de carbono nesta cidade daqui a t anos?

Solucionando:

- Para responder a pergunta anterior, bastaria:

    1. **Substituir** a expressão usada para calcular o valor de $p(t)$ **na** usada para calcular o valor de $c(p)$
    2. O resultado seria uma expressão para calcular o valor de c em função de t
    3. Ou seja:

Solucionando:

- Para responder a pergunta anterior, bastaria:

  1. **Substituir** a expressão usada para calcular o valor de $p(t)$ **na** usada para calcular o valor de $c(p)$
  2. O resultado seria uma expressão para calcular o valor de c em função de t
  3. Ou seja:

$$c(t)$$

- Determine a função composta $f(g(x))$ para:
  - $f(u) = u^2 + 3u + 1$
  - $g(x) = x + 1$

- **Substitua** u por $x + 1$ na expressão $f(u)$ para obter:

- **Substitua** u por $x+1$ na expressão $f(u)$ para obter:

$$f(g(x)) = (x+1)^2 + 3(x+1) + 1 \tag{1}$$

- **Substitua** u por $x+1$ na expressão $f(u)$ para obter:

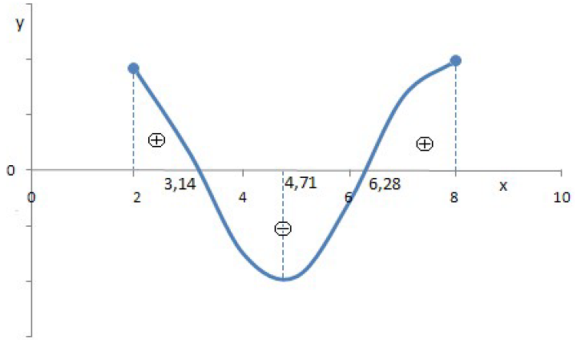
$$
\begin{aligned}
f(g(x)) &= (x+1)^2 + 3(x+1) + 1 \qquad (1)\\
&= (x^2+2x+1) + (3x+3) + 1 \qquad (2)
\end{aligned}
$$

- **Substitua** u por $x + 1$ na expressão $f(u)$ para obter:

$$
\begin{aligned}
f(g(x)) &= (x+1)^2 + 3(x+1) + 1 && (1)\\
&= (x^2 + 2x + 1) + (3x + 3) + 1 && (3)\\
&= x^2 + 5x + 5. && (4)
\end{aligned}
$$

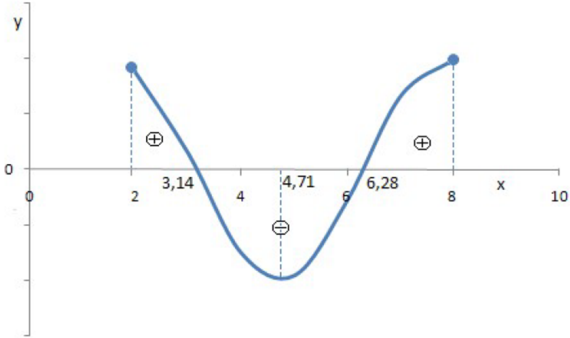
- Estudar o sinal de uma função significa obter os valores de x para os quais $y > 0$, $y < 0$ e $y = 0$.

- Estudar o sinal de uma função significa obter os valores de x para os quais $y > 0$, $y < 0$ e $y = 0$.
- Observe o gráfico de uma função definida no intervalo [2,8].



Identifique:

- $y > 0$
- $y < 0$
- $y = 0$
- Intervalo de crescimento:
- Intervalo de decrescimento:
- Pontos de máximos:
- Pontos de mínimos:



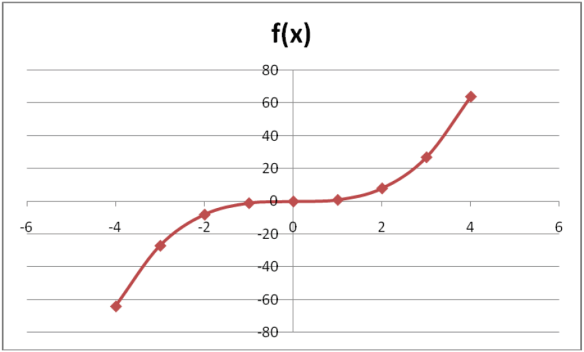
- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^3$, com $-4 \leq x \leq 4$

- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^3$, com $-4 \leq x \leq 4$

x	f(x)
-4	-64
-3	-27
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8
3	27
4	64

- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^3$, com $-4 \leq x \leq 4$

x	f(x)
-4	-64
-3	-27
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8
3	27
4	64



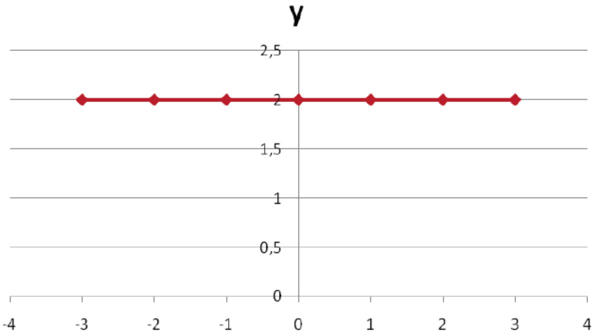
- Esboce o gráfico da função $y = 2$ com $-3 \leq x \leq 3$

- Esboce o gráfico da função $y = 2$ com $-3 \leq x \leq 3$

x	f(x)
-3	2
-2	2
-1	2
0	2
1	2
2	2
3	2

- Esboce o gráfico da função $y = 2$ com $-3 \leq x \leq 3$

x	f(x)
-3	2
-2	2
-1	2
0	2
1	2
2	2
3	2



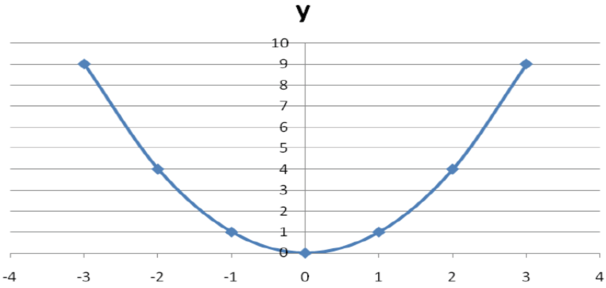
- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2$ com $-3 \leq x \leq 3$

- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2$ com $-3 \leq x \leq 3$

x	**Y**
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2$ com $-3 \leq x \leq 3$

x	Y
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9



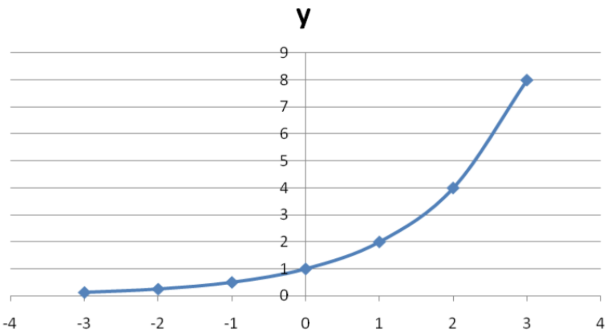
- Esboce o gráfico da função $f(x) = 2^x$ com $-3 \leq x \leq 3$

- Esboce o gráfico da função $f(x) = 2^x$ com $-3 \leq x \leq 3$

x	y
-3	0,125
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8

- Esboce o gráfico da função $f(x) = 2^x$ com $-3 \leq x \leq 3$

x	y
-3	0,125
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8



UCP

Universidade Católica de Petrópolis

Curso de Biomedicina

Centro de Ciências da Saúde

Universidade Católica de Petrópolis

Matemática - Biomedicina

Funções - Classificação

Fevereiro de 2018

Luís Rodrigo de O. Gonçalves
luis.goncalves@ucp.br

Petrópolis, 14 de Março de 2018